

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1 \end{cases} ; n \geq 0$$

تمرين 1: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

(1) احسب u_1 و u_4

(2) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث $v_n = u_n - \frac{5}{3}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول

ب) احسب v_n بدلالة n

ج) استنتج الحد العام للمتتالية (u_n) ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 2:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{5}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + n^2) \end{cases} ; n \geq 0$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

(1) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - \left(\frac{n^2 - 3n + 3}{2} \right)$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول

ب) احسب v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(2) احسب $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6 - u_n} \end{cases} ; n \geq 0$$

(1) بين بالترجع أن $u_n < 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

(2) بين أن $(u_n)_{n \geq 0}$ تزايدية.

(3) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n - 3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددًا أساسها وحدها الأول

ب) احسب v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12} \end{cases} ; n \geq 1$$

تمرين 4: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة كما يلي:

(1) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ حيث $v_n = u_n^2 - 4 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول

ب) احسب v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(2) احسب $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$